Kvadrupolinis operatorius ortogonalioje Bargmann-Moshinsky SU(3) grupės bazėje

Quadrupole operator in orthogonal Bargmann-Moshinsky basis of SU(3) group

Algirdas Deveikis[1], Alexander Gusev[2], Sergue Vinitsky[2]
[1]Vytauto Didžiojo universitetas, Informatikos fakultetas, Vileikos g. 8, LT-44404 Kaunas
[2]Joint Institute for Nuclear Research, St. Joliot - Curie 6, Dubna , MR, 141980, Russia
algirdas.deveikis@vdu.lt

Kvadrupolinis momentas yra viena svarbiausių atomo branduolio charakteristikų. Teoriniu požiūriu, kvadrupolinio momento operatorius gali būti traktuojamas kaip SU(3) grupės generatorius [1]. Didelio masto fizikinių dydžių tenzorinių operatorių skaičiavimams būtini efektyvūs nekanoninių SU(3) ⊃ SO(3) ⊃ SO(2) redukcijos bazių konstravimo algoritmai ir neredukuotinių operatorių matricų sudarymo metodai. Šiame darbe, kvadrupolinio momento operatoriaus matricos skaičiavimui naudojamas vienas efektyviausių Bargmann-Moshinsky (BM) bazės [2] ortonormavimo algoritmų [3]. Kvadrupolinio momento operatoriaus skaičiavimai realizuoti Wolfram Mathematica sistemoje ir gali būti atlikti kaip simboliškai, taip ir norimu skaitmeninu tikslumu.

Nekanoninė BM bazė atitinkanti pogrupių grandinę SU(3) ⊃ SO(3) ⊃ SO(2) yra klasifikuojama atitinkamų grupių kvantiniais skaičiais λ, μ, L ir M. Bendru atveju, vienareikšmiškam ekvivalentinių neredukuotinių SO(3) grupės atvaizdų L identifikavimui SU(3) neredukuotiniame atvaizdavime λ, μ yra įvedamas papildomas indeksas α. Efektyviam nekanoninių SU(3) bazių taikymui, šios bazės turi būti ortonormuojamos tokio tipo papildomo indekso atžvilgiu. BM bazės atveju, ortonormavimo procedūros sudarymui galima pasinaudoti išskirtinai efektyviu persiklojimo integralų skaičiavimo metodu [4].

Kvadrupolinio momento operatoriaus matricos skaičiavimui naudojamas pasiūlytas [5] metodas įgalinantis išreikšti nulinės kvadrupolinio momento operatoriaus komponentės poveikį neortonormuotiems BM vektoriams:

$$Q_0^{(2)}\left|\begin{matrix}(\lambda,\mu)_B\\ \alpha,L,L\end{matrix}\right\rangle = \sum_{\substack{k=0,1,2\\ s=0,\pm1}} a_s^{(k)}\left|\begin{matrix}(\lambda,\mu)_B\\ \alpha+s,L+k,L\end{matrix}\right\rangle, \tag{1}$$

čia $a_s^{(k)}$ yra žinomi koeficientai. Šių koeficientų ir BM bazės ortonormavimo matricos pagalba galima sudaryti matricinius elementus $q_{ijk}^{(\lambda,\mu)}(L)$, kuriais galima išreikšti neredukuotinius kvadrupolinio operatoriaus matricinius elemetus:

$$\left\langle\begin{matrix}(\mu,\lambda)_B\\ j,L+k\end{matrix}\right\|Q^{(2)}\left\|\begin{matrix}(\mu,\lambda)_B\\ i,L\end{matrix}\right\rangle = \frac{(-1)^k\sqrt{2L+1}}{(L+kL20|LL)}q_{ijk}^{(\lambda,\mu)}(L), \tag{2}$$

čia dešinės išraiškos pusės vardiklyje yra Clebsch-Gordan koeficientas. Kvadrupolinio momento operatoriaus matricos dimensija duotoms λ, μ vertėms gali būti apskaičiuota naudojant formulę:

$$D = \frac{1}{2}(\lambda+1)(\mu+1)(\lambda+\mu+2). \tag{3}$$

Išvystytas metodas buvo tiriamas skaičiuojant kvadrupolinio momento operatoriaus matricas kompiuteriu PC Intel i7-36030QM, CPU 2.40 GHz, RAM 8 GB, 64-bit Windows 8. Iliustracijai, 1 lentelėje pateikiami vienos kvadrupolinio momento operatoriaus komponentės matricos simbolinių ir skaitmeninių skaičiavimų trukmės rezultatai esant, esant skirtingoms μ ir λ vertėms. Matome, kad simboliniai (tikslūs) skaičiavimai trunka ilgiau nei skaitmeniniai, vienok ir šiuo atveju pasiekiamos gana aukštos μ ir λ vertės.

1 lentelė. $Q_2^{(2)}$ matricos simbolinių ir skaitmeninių skaičiavimų trukmės t, esant skirtingoms μ ir λ vertėms.

(λ, μ)	D	t (simb.)	t (skait.)
(3, 2)	42	1,6 sek.	1,3 sek.
(7, 6)	420	1 min. 48 sek.	1 min. 24 sek.
(10, 9)	1155	14 min. 37 sek.	8 min. 48 sek.
(13,12)	2457	1 val. 2 min. 19 sek.	35 min.

Išvystytas kvadrupolinio momento operatoriaus matricų skaičiavimo metodas buvo tikrinamas apskaičiuojant gautų matricų pagalba žinomas kvadratinio SU(3) Kazimiro operatoriaus

$$C_2\big(SU(3)\big) = Q\cdot Q + 3L\cdot L \tag{4}$$

tikrines vertes:

$$E_{\lambda\mu} = 4(\lambda^2+\mu^2+\lambda\mu+3\lambda+3\mu). \tag{3}$$

Pateikiamas kvadrupolinio momento operatoriaus matricų skaičiavimo metodas gali būti taikomas sudarant Hamiltono matricas atomo branduolio modeliuose turinčiuose tetraedrinę ir oktaedrinę simetriją, kurių tyrimai aktyviai atliekami pastaruoju metu. Tai leistų apskaičiuoti nagrinėjamų kvantinių sistemų spektrines charakteristikas (ypatingai rezonansų aplinkoje) ir tirti jų analitines savybes apsprendžiamas dominuojančių branduolio simetrijų.

Reikšminiai žodžiai: kvadrupolinis operatorius, orto normuota nekanoninė bazė, SU(3) grupė.

Literatūra

[1] M. Moshinsky, Yu.F. Smirnov, *The Harmonic Oscillator in Modern Physics* (Netherlands: HAP, 1996).
[2] V. Bargmann , M. Moshinsky , Nucl. Phys. **23**, 177 (1961).
[3] A. Deveikis, A. Gusev, V. Gerdt, S. Vinitsky, A. Gozdz, and A. Pedrak, Lect. Notes Computer Sci. **11077**, 131 (2018).
[4] S. Ališauskas, P. Raychev, and P. Raychev , J. Phys. G. **7**, 1213 (1981).
[5] G.N. Afanasjev, S.A. Avramov, and R. Roussev , Sov. J. Nucl. Phys. **16**, 53 (1973).